



האמנות של מודלים לאמידת המבנה העתי של שערי הריבית: סחיפה (Drift)

רועי פולניצר, MBA, CRM, FRM

הנושא מציג מודלים שונים לאמידת המבנה העתי של שערי הריבית לטווח הקצר. באופן ספציפי, נדון במודלים ללא סחיפה (מודל 1), מודל עם סחיפה קבועה (מודל 2), מודל עם סחיפה כפונקציה של הזמן (מודל הו-לי) ומודל של סחיפה הנסוגה לתוחלת (מודל ואסיצ'ק). חשוב להבין את ההבדלים בין המודלים הללו, ולהבין כיצד לבנות עץ שערי ריבית דו-תקופתי באמצעות תחזיות מודל. בנוסף, יש לדעת כיצד המגבלות של כל מודל משפיעה על האפקטיביות של המודל. עבור מודל ואסיצ'ק, חשוב להבין כיצד להמיר עץ מתבדר לעץ מתכנס.

- מודל 1 מניח היעדר סחיפה ושערי הריבית מפולגים נורמלית. שער הריבית הקצרה (instantaneous interest rate) המצטבר באופן רציף (Continuously Compounded) בזמן t , r_t , ישתנה באופן הבא:

$$dr = \sigma dw$$

מגבלות מודל 1:

- ❖ הנחת היעדר הסחיפה איננה גמישה מספיק על מנת להכיל צורות של מבנים עתיים בסיסיים.
- ❖ המבנה העתי של התנודתיות נחזה כשטוח.
- ❖ ישנו רק גורם אחד בלבד, שער הריבית לטווח הקצר.
- ❖ כל שינוי בשער הריבית לטווח הקצר יוביל לתזוזה מקבילה בעקום התשואות.

מודל 2 מוסיף סחיפה קבועה: $dr = \lambda dt + \sigma dw$. עץ שערי הריבית החדש מגדיל כל צומת בתקופת הזמן הבאה ב- λdt . הסחיפה משלבת בין שינוי הריבית הצפוי לבין פרמיית הסיכון. עץ שערי הריבית הינו עדיין מתכנס, אך שער הריבית בצומת האמצעי בזמן 2 (קרי, $i_{2,UL}$), אינו שווה לשער הריבית ההתחלתי (i_0), כפי שהיה במודל 1.

מגבלות מודל 2:

- ❖ הערכים המכוילים של הסחיפה לעיתים קרובות הינם גבוהים מדי.
- ❖ המודל דורש ניבוי פרמיות סיכון שונות עבור אופקי זמן ארוכים כאשר תחזיות אמינות אינן מציאותיות.

- עץ שערי הריבית עבור מודל 1 הוא עץ מתכנס והוא יגדל/יקטן כל תקופה בהסתברות של 50%.
- הנחת הנורמליות של שערי הריבית הסופיים עבור מודל 1 קיימת היות ולשערי הריבית הללו ישנה הסתברות חיובית להיות שערי ריבית שליליים. פיתרון אחד לחיסול בעיית שער הריבית השלילי הוא להשתמש בהתפלגויות א-שליליות, כמו למשל התפלגות לוג-נורמלית; עם זאת, זה עלול להכניס מאפיינים לא רצויים אחרים אל תוך המודל. פיתרון אלטרנטיבי הוא ליצור עץ שערי ריבית מותאמים, כאשר שערי ריבית שליליים מוחלפים ב- 0%, ומונעים מהנתונים להיות שליליים.

- מודל הו-לי (1986) מציג אפילו גמישות רבה יותר מזו שמציג מודל 2, בכך שמודל הו-לי מאפשר למעשה לאיבר הסחיפה להשתנות בין תקופה לתקופה (קרי, סחיפה התלויה בזמן). הצומת האמצעי המתכנס בזמן 2 (קרי, $i_{2,UL}$ או $i_{2,LU}$) $r_0 + (\lambda_1 + \lambda_2)dt =$

- מודלים של ארביטראז' משמשים לעיתים קרובות לתמחור מכשירים שאינם נזילים או מחוץ לשוק (למשל, טווח לפדיון לא שכיח עבור עסקת החלפה). ככל שיותר מחירי מכשירים נזילים משמשים לפיתוח מודל תמחור עקבי, כך בתגובה מודל התמחור משמש עבור מכשירים לא נזילים או לא סטנדרטיים. היות ומודלים של ארביטראז' מניחים שמחיר השוק הינו "נכון", הרי שהמודלים לא יהיו אפקטיביים אם ישנם עיוותים בטווח הקצר שמשנים את מחירי איגרות החוב. באופן דומה, מודלים של היעדר-ארביטראז' אינם יכולים לשמש בניתוח הערכת שווי יחסית היות ואנו מניחים כבר שהמכשירים המשמשים להשוואה מתומחרים כראוי.

- מודל ואסיצ'ק (1977) מניח תסוגה לתוחלת (Mean Reversion) של שער הריבית של שיווי משקל בטווח הארוך. הצורה הפונקציונלית הספציפית של מודל ואסיצ'ק הינה כדלקמן:

$$dr = k(\theta - r)dt + \sigma dw$$

הפרמטר k מודד את המהירות של התאמת התסוגה לתוחלת; k גבוה יפיק התאמה מהירה יותר (גדולה יותר) מאשר ערכים קטנים יותר של k . בהנחה שישנו שער ריבית לטווח הארוך של r_l , רמת התסוגה לתוחלת של הטווח הארוך הינה:

$$\theta \approx r_l + \frac{\lambda}{k}$$

מודל ואסיצ'ק איננו מתכנס. ניתן להפוך את העץ למקורב לעץ מתכנס על ידי מיצוע שני הצמתים הלא שווים וכיול מחדש של ההסתברויות המשוויכות להם (קרי, לא משתמשים יותר בהסתברויות של 50% עבור תנועות למעלה ולמטה).

- ניתן לחזות את תוחלת שער הריבית הצפוי בעוד T שנים על ידי הנחת דעיכה מעריכית (exponential decay) של ההפרש בין הרמה הנוכחית לבין רמת הנסיגה לתוחלת. ניתן לחשב את מחצית הזמן, τ , כזמן לנוע את מחצית הדרך שבין הרמה הנוכחית לבין רמת הנסיגה לתוחלת:

$$(\theta - r_0)e^{-k\tau} = \frac{1}{2}(\theta - r_0)$$

- מודל ואסיצ'ק לא רק משפר את הספציפיקציה של המבנה העתי, אלא גם מפיק מבנה עתי יורד (downward-sloping) של תנודתיות. מודל 1, מאידך גיסא, מנבא תנודתיות שטוחה של שערי הריבית לכל טווח לפדיון. מודל 1 מרמז על תזוזות מקבילות כתוצאה מזעזועים אקסוגניים בעוד שמודל ואסיצ'ק אינו מרמז על כך. לזעזועים כלכליים ארוכים (קצרים) יש פרמטרים נמוכים (גבוהים) של תסוגה לתוחלת. לעומת זאת, במודל 1, זעזועים בשערי הריבית לטווח הקצר משפיעים על כל שערי הריבית ללא שום קשר לטווח לפדיון.